

## Modeling and Optimization of Mass and Spring Based Vibration String Using Modal Analysis and Imperialist Competition Optimization Algorithm Methods

Mina Emadi<sup>1,2</sup>, Pedram Peyvandy<sup>1,2\*</sup>, Mohammad Ali Tavanaie<sup>2,3</sup>, and Mohammad Mahdi Jalili<sup>4</sup>

1. Textile Engineering Department, Faculty of Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

2. Center of Excellence for Machine Vision in Textile and Apparel Industry, Yazd University, Yazd, Iran

3. Textile Engineering Department, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

4. Mechanical Engineering Department, Yazd University, Yazd, Iran

Received: 22 August 2020, Accepted: 25 October 2020

### Abstract

Simulating the mechanical behavior of filaments is of interest in many fields, such as designing a method for quality control of filaments in textile engineering. Various methods have been proposed to simulate a string structure. The mass, spring, and damper model is a conventional physics-based method that has attracted the attention of many researchers due to its rapid simulation and greater accuracy. The purpose of this paper is to present a physical model to simulate the vibrational behavior of a monofilament. This model, which is based on mass and stiffness matrices, plays an essential role in sensitivity analysis and predicting dynamic behavior. First, a system for a realistic simulation of the transverse vibration of the string is presented using a mass, spring and damper model. Then, the model parameters are determined using modal analysis and imperialist competitive algorithm. The vibration of the string was recorded at all points with a high-speed camera, and video processing is done to extract the free decays. Finally, the monofilaments are simulated and compared with their actual results to confirm the model parameters. The results show that the optimized model has the ability to predict the vibrational behavior of monofilaments with an error of less than 12.3%. According to the error values, it can be stated that the results of the modal analysis were more accurate.

**Keywords:** mass-spring-damper model, string vibration, imperialist competitive algorithm, modal analysis

(\* ) To whom correspondence should be addressed.  
E-mail: peivandi@yazd.ac.ir

## مدل سازی و بهینه سازی رشته مرتعش مبتنی بر جرم و فنر با استفاده از روش های تحلیل مودال و الگوریتم بهینه سازی رقابت استعماری

مینا عمادی<sup>۱</sup>، پدram پیوندی<sup>۲\*</sup>، محمدعلی توانایی<sup>۳</sup>، محمد مهدی جلیلی<sup>۴</sup>

۱- یزد، دانشگاه یزد، پردیس فنی و مهندسی، دانشکده مهندسی نساجی

۲- یزد، دانشگاه یزد، هسته علمی بینایی ماشین در صنعت نساجی و پوشاک

۳- تهران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی نساجی

۴- یزد، دانشگاه یزد، پردیس فنی و مهندسی، دانشکده مهندسی مکانیک

دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۰۱، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۰۴

### چکیده

واقعی آنها مقایسه می شوند تا پارامترهای مدل تأیید شوند. نتایج نشان می دهد، مدل بهینه سازی شده قابلیت پیش بینی رفتار ارتعاشی مونوفیلامنت ها را با خطای کمتر از ۱۲/۳٪ دارد. با توجه به مقادیر خطای به دست آمده می توان اظهار داشت، نتایج حاصل از تحلیل مودال دقیق تر بوده است.

**واژه های کلیدی:** مدل جرم، فنر و دمپر، ارتعاش رشته، الگوریتم رقابت استعماری، تحلیل مودال

### ۱ مقدمه

رفتار ارتعاشی سازه های محوری با روش های متعدد اعم از تحلیلی، عددی و تجربی بررسی شده است. مطالعات بسیاری برای تحلیل ارتعاش سامانه های رشته ای انجام شده است. اولین پژوهش ها، مربوط به تجزیه و تحلیل ارتعاش سازه های محوری در قرن نوزدهم انجام گرفت. در اوایل سال ۱۹۵۰، Sack [۱] نتایج اولین مطالعات در این باره را منتشر کرد که به بررسی ارتعاشات عمودی یک رشته نامیرا با تحریک هارمونیک تحت تنش، سرعت و با تکیه گاه های ثابت پرداخته شده بود. معادلات مربوط به ارتعاشات اجباری با و بدون میرایی خطی نوشته شدند. در نهایت، معادلات مربوط به

شبیه سازی رفتار مکانیکی رشته ها در بسیاری از زمینه ها مانند طراحی روشی برای کنترل کیفیت رشته ها در مهندسی نساجی، موضوع درخور توجهی است. روش های مختلفی برای شبیه سازی سازه رشته ای ارائه شده است. مدل جرم، فنر و دمپر روش معمولی مبتنی بر فیزیک است. این روش از روش های شبیه سازی بوده که به دلیل شبیه سازی سریع و مطابقت بیشتر با واقعیت، بسیار مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. هدف از این مقاله، ارائه مدل فیزیکی برای شبیه سازی رفتار ارتعاشی یک رشته مونوفیلامنت است. مدل حاصل که بر حسب ماتریس های جرم و سختی است، برای کاربردهایی مانند تحلیل حساسیت و پیش بینی رفتار دینامیکی در اثر ایجاد تغییرات، نقش اساسی دارد. ابتدا با استفاده از مدل جرم، فنر و دمپر سامانه ای برای شبیه سازی واقع بینانه از ارتعاش عرضی رشته ارائه می شود. سپس، با استفاده از روش های تحلیل مودال و مبتنی بر الگوریتم رقابتی استعماری، پارامترهای مدل تعیین می شوند. برای جمع آوری داده های تجربی، ارتعاش تکرار شده های ساده در تمام نقاط آنها با دوربین سرعت زیاد ضبط شده و فن پردازش ویدیو برای ثبت سیگنال ارتعاشی اعمال می شود. سرانجام مونوفیلامنت ها در شرایط طراحی شده برای ارتعاش، شبیه سازی شده و با نتایج

استفاده شد و سپس مدل ریاضی غیرخطی جدیدی را که حاکم بر حرکت عرضی رشته بود، براساس قانون دوم نیوتون، نظریه تیر اولر و کرنش لاگرانژی به دست آورد. Zhang و همکاران [۱۳] از روش گالریکین برای تفسیر معادلات حاکم استفاده کردند. روش ضمنی رانگ-کوتا به کار گرفته شد تا معادلات دیفرانسیل-انتگرال غیرخطی حاصل به صورت عددی حل شود. Chen و همکاران [۱۴] با استفاده از یک معادله، تمایز کسری الگوریتم را برای رشته گرانروکشسان متحرک به دست آوردند. این الگوریتم شامل بیان تقریبی از مشتقات کسری است، به طوری که مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل ناشی از روش گالریکین را می‌توان به صورت عددی حل کرد. Chen و Zhao [۱۵] الگوریتم عددی را برای شبیه‌سازی ارتعاش عرضی یک رشته ارائه داده‌اند. آن‌ها از اصل تغییرات و توابع هرमित استفاده کردند تا معادله حاکم را با مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیلی تفسیر کنند که با روش ضمنی رانگ کوتا و الگوریتم تکراری نیوتن حل می‌شوند.

اخیرا عمادی و همکاران [۱۶] رفتار ارتعاشی مونوفیلامنت‌ها را به عنوان روش شناسایی خواص فیزیکی و ظاهری و همچنین به عنوان روش غیرمخرب برای کنترل کیفیت رشته‌های نساجی بررسی کردند. ارتعاش رشته در یک نقطه از آن با دوربین سرعت‌زیاد ضبط و فن پردازش ویدیو برای استخراج اطلاعات ارتعاش استفاده شد. به منظور تحلیل سیگنال از روش تبدیلات فوریه استفاده و در نهایت نتایج تجربی با مدل نظری ارتعاش میرای تار کشیده شده مقایسه شد. همچنین در پژوهشی دیگر [۱۷] با استفاده از این فن، نمونه‌های تک رشته‌های ساده و گره دار و دورشته‌ای با و بدون تاب را ارزیابی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد، با استفاده از دوربین سرعت‌زیاد، الگوریتم پردازش ویدیو، تحلیل محتوا و ویژگی‌های یک سیگنال ارتعاشی می‌توان به مشخصات فیزیکی مونوفیلامنت‌ها، نظیر وجود گره، تعداد رشته، وجود تاب و تعداد تاب‌ها پی برد.

در زمینه شبیه‌سازی رفتار مکانیکی لیف، مطالعات چندانی انجام نگرفته، اما پژوهش‌هایی در زمینه شبیه‌سازی مو انجام شده است. مو نیز یک لیف بلند است، بنابراین می‌توان مطالعات انجام شده در زمینه شبیه‌سازی مو را ارائه داد. Rosenblum و همکاران [۱۸] برای اولین بار مدلی را براساس روش جرم و فنر برای شبیه‌سازی مو ارائه دادند. در این مدل، از فنرهای خطی و زاویه‌ای به ترتیب برای شبیه‌سازی کشش و خمش مو استفاده شد. Selle و همکاران [۱۹] نیز روشی را برای شبیه‌سازی انواع مو براساس روش جرم و فنر معرفی کردند. مدل ارائه شده برای مو شامل سه نوع فنر بود:

ویژگی‌های اساسی موج و حالت خاص رزونانس به دست آمدند که با آن‌ها می‌توان خواص ارتعاشی رشته را نشان داد. Archibald و همکار [۲] معادلات حرکت را برای رشته‌ها با استفاده از رویکرد تناوبی به دست آوردند. آن‌ها نوسانات عرضی خطی را در یک رشته با سرعت ثابت در امتداد طولی بررسی کردند که یک یا هر دو انتهای آن به شکل سینوسی تحریک شده بود. Mahalingam [۳] جابه‌جایی‌های عرضی زنجیرهای استفاده شده برای انتقال نیرو را تحت نوسانات کششی مطالعه کرد. در این مطالعات، انرژی‌های جنبشی و پتانسیل بدون در نظر گرفتن تغییر شکل محوری رشته، به دست آمدند و معادله دیفرانسیل جزئی محاسبه شد. پس از آن، Bapat و Srinivasan [۴] و Mote [۵] اثر تغییر شکل محوری رشته را در انرژی پتانسیل گنجانده و معادله دیفرانسیل آن را توسعه دادند. Chubachi [۶] رشته‌ای را با سفتی و تنش کوچک مطالعه و از روش تکرار برای محاسبه بسامدهای طبیعی استفاده کرد. Pakdemi و همکاران [۷] نشان دادند، سرعت حرکت رشته به عنوان تابعی از زمان تعیین می‌شود. آن‌ها معادله حرکت رشته را با سرعت وابسته به زمان ارائه کردند که در آن نیروی اضافی کوریولیس به دلیل سرعت متغیر با زمان نیز لحاظ شده بود.

Fung و همکاران [۸]، در پژوهش‌های مربوط به رشته‌هایی با طول‌های متفاوت دلخواه، مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل معمولی غیرخطی و حرکات رشته را از طریق اصل همپلتون و روش اجزای محدود به دست آوردند. Koivurova [۹] مطالعه عددی دینامیک غیرخطی یک رشته متحرک محوری را انجام داد. معادلات حرکت غیرخطی رشته با استفاده از اصل همپلتون و روش اجزای محدود به دست آمد و مسئله حرکت غیرخطی دوره‌ای رشته با روش فوریه گالریکین نیوتن حل شد. Vetyukov [۱۰] مطالعاتی را درباره مدل‌سازی اجزای محدود ارتعاشات بزرگ حرکت محوری رشته‌ها و تیرها ارائه داد. مدل ریاضی دینامیک تیر یا رشته که در جهت محوری حرکت می‌کند، ارائه و در نهایت نتایج اجزای محدود در مقایسه با نتایج شبیه‌سازی‌های گسسته یا الگوریتم عددی کاملاً لاگرانژی تأیید شد. Xia و همکاران [۱۱] پژوهشی را برپایه تجزیه و تحلیل ارتعاش عرضی رشته متحرک محوری با استفاده از روش تبدیل هیلبرت-هوانگ انجام دادند. نتایج نشان داد، رفتارهای ارتعاشی به شدت حساس به تنش و آزادسازی اولیه بین رشته و راهنما، سرعت جابه‌جایی و طول رشته است.

Li و همکار [۱۲] مطالعاتی را در رابطه با تحلیل ارتعاش غیرخطی یک رشته متحرک محوری با میرایی گرانروکشسان (viscoelastic) درپیش گرفتند. یک مدل گرانروکشسان برای توصیف میرایی رشته

پژوهشگرانی بودند که برای بهینه‌سازی پارامترهای مدل جرم و فنر از روش الگوریتم ژنتیک استفاده کردند. پارامترهای مدل در روش آن‌ها شامل سفتی، میزان کشیدگی و طول طبیعی فنر بود که اعتبار مدل با بازیابی پارامترهای آن با توجه به نتایج تجربی نشان داده شد. Bianchi و همکاران [۲۴] نیز راه حلی برای بهینه‌سازی پارامترهای مدل براساس الگوریتم ژنتیک ارائه دادند. تمرکز آن‌ها تعیین توپولوژی مش در شبیه‌سازی دوبعدی بود. به طوری که در پژوهش دیگری [۲۵] روش خود را به مدل سه‌بعدی گسترش دادند و رویکرد جدیدی برای بهینه‌سازی هم‌زمان توپولوژی مش و مقادیر سفتی فنر معرفی کردند. Han و همکاران [۲۶] محدوده‌ای از مقادیر را برای پارامترهای مدل جرم فنر (سفتی‌های خمشی، کششی و برشی) برای شبیه‌سازی در نظر گرفتند و برای رسیدن به مقادیر مناسب برای این پارامترها از روش آزمایش و خطا استفاده کردند.

Mongus و همکاران [۲۷] نیز از روش الگوریتم ژنتیک برای یافتن بهترین مقادیر سفتی‌های کششی و برشی فنرها در مدل‌سازی جرم فنر برای شبیه‌سازی استفاده کردند. بهینه‌سازی از طریق به‌حداقل‌رساندن خطا بین نتایج مدل و نتایج آزمایشی انجام شد.

خواص فیزیکی و عیوب ظاهری رشته‌های نساجی بر بسیاری از خواص نخ و پارچه حاصل از آن‌ها اثر می‌گذارد. بنابراین، وجود روش تشخیص دقیق و کارآمد برای آن‌ها لازم است. در این میان، رفتار ارتعاشی یک نخ می‌تواند به‌عنوان روش شناسایی مشخصات فیزیکی و ظاهری آن به‌کار گرفته شود. ایده اصلی برای تشخیص تغییرات خواص فیزیکی بر مبنای رفتار ارتعاشی، بر این اساس است که تغییرات خواص فیزیکی (جرم، سختی و سایر) موجب تغییرات قابل‌تشخیصی در خواص ارتعاشی (بسامد طبیعی، میرایی و شکل مود ارتعاشی) می‌شود. در صنایع نساجی، مدت‌هاست که از سامانه‌های آزمایشی دستی برای آزمون کیفیت نخ استفاده می‌شود. این روش‌ها معایب متعددی از قبیل زمانبری، خستگی، بی‌توجهی و خطاهای کاربر دارند که باعث عدم اطمینان و صحت نتایج می‌شوند. سامانه بازرسی خودکار روش مؤثری برای بهبود کیفیت مواد نساجی است. بنابراین، پژوهش در این زمینه به‌سرعت افزایش یافته و برخی از سامانه‌های مبتنی بر رایانه بسیار سریع توسعه یافته‌اند. معرفی فنون پردازش تصویر در صنعت نساجی می‌تواند کیفیت را با استفاده کارآمد از علم مترولوژی و کنترل افزایش دهد.

راه حل‌های فناورانه مبتنی بر پردازش تصویر با قابلیت اطمینان و کارایی زیاد ارائه می‌شوند که می‌توانند تمام مشکلات موجود در راه حل‌های سنتی را حذف کنند. هدف این پژوهش، ارائه مدل

فهرهای خطی که ذرات مجاور را به یکدیگر متصل کرده و خاصیت کشسانی مو را شبیه‌سازی می‌کنند و فنرهای خمشی و پیچشی که به‌ترتیب یک‌درمیان و دودر میان ذرات را به یکدیگر متصل می‌کنند. در این مطالعات از فنرهای خمشی و پیچشی به‌ترتیب برای شبیه‌سازی انحنا و پیچش مو استفاده شده است. نیروهای گرانش، باد و کشش در نظر گرفته شده و برای تعیین نیروی کشش از قانون هوک استفاده شد.

Iben و همکاران [۲۰] روشی برای شبیه‌سازی موی فر عروسک‌های انیمیشنی ارائه دادند. آن‌ها سعی کردند، آن را به‌گونه‌ای شبیه‌سازی کنند که موی فر در حین حرکت در حد طبیعی دچار کشیدگی شده و شکل فر آن حفظ شود. مو به‌عنوان یک میله کشسان (elastic) بسیار نازک، نفوذناپذیر و انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شد. در ابتدا، مو با استفاده از فنرهای خطی شبیه‌سازی شد. سپس، دو فنر جدید برای شبیه‌سازی خمش موی فر و محدود کردن کشیدگی فرهای مو در حین حرکت‌های سریع انیمیشن به مدل اضافه شدند. این پژوهشگران، با افزایش سفتی فنرهای کششی و خمشی توانستند، شکل فر مو را در حین حرکت حفظ کنند، اما با این حال موها ظاهر غیرطبیعی داشتند. بنابراین آن‌ها سعی کردند، با افزودن فنر جدید به مدل، هم ظاهر نرم و طبیعی مو حفظ شود و هم از باز شدن فرهای آن حین حرکت سریع انیمیشن جلوگیری به‌عمل آید.

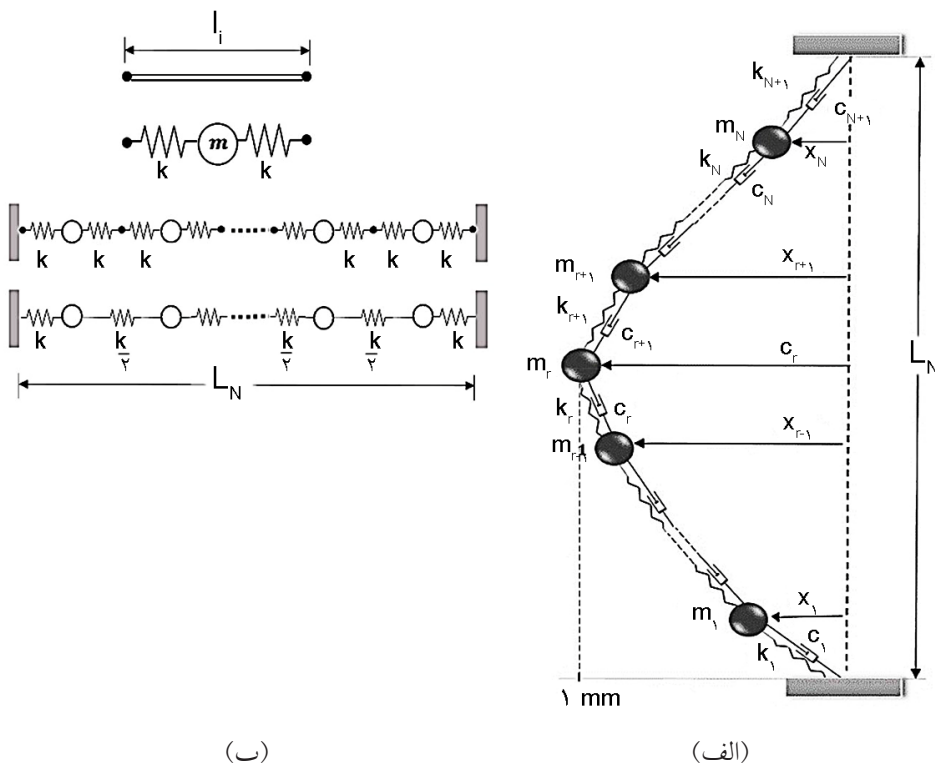
نیروهای خمشی، کششی و پیچشی به‌عنوان نیروهای داخلی و نیروهای برخورد موها با یکدیگر و میرایی به‌عنوان نیروهای خارجی در نظر گرفته شدند. Wang و همکاران [۲۱] در مطالعه خود نخ را به‌صورت دنباله‌ای از ذرات متصل به یکدیگر شبیه‌سازی کردند. آن‌ها در محاسبه نیروهای وارد بر هر ذره نیروهای وزن، تماسی، خمشی، کششی، پیچشی، فشردگی و اصطکاک را در نظر گرفتند. Kaldor و همکاران [۲۲] نخ را به‌شکل میله‌ای انعطاف‌پذیر و نفوذناپذیر در نظر گرفتند. سپس، آن را به‌صورت مجموعه‌ای از ذرات شبیه‌سازی کردند که مطابق با معادله بی‌اسپیلین قرار گرفته‌اند. معادلات حرکت نخ با استفاده از روش لاگرانژ محاسبه و نیروهای وزن، خمشی، کششی، تماس نخ‌ها، اصطکاک و میرایی نیز در نظر گرفته شدند.

در بحث تفاوت بین نتایج نظری و تجربی پژوهشگران بسیاری مطالعاتی را در پیش گرفتند. در یک مدل جرم، فنر و دمپر می‌توان پارامترهای مدل در نظر گرفته‌شده را تنظیم کرد. بدین منظور، چند روش مبتنی بر بهینه‌سازی برای بازیابی پارامترهای مدل جرم فنر با توجه به نتایج تجربی انجام شده است. Louchet و همکاران [۲۳] از

در زمان هستند. در زمینه مهندسی نساجی، شبیه‌سازی واقع‌بینانه از سرعت شبیه‌سازی در زمان مهم‌تر است. شبیه‌سازی ممکن است در صنعت نساجی اهمیت ویژه‌ای داشته باشد. به‌عنوان مثال، در بحث کنترل کیفیت می‌تواند به‌عنوان روش مؤثری در محاسبه خواص محصول عمل کند و با جلوگیری از تولید محصولات معیوب به صرفه‌جویی در وقت و هزینه منجر شود. بنابراین، هدف از این مقاله ارائه مدل مؤثری برای شبیه‌سازی رفتار مکانیکی رشته‌های نساجی است. در این مطالعه، برای دستیابی به شبیه‌سازی واقع‌گرایانه‌ای از رشته، از دو روش تحلیل مودال و بهینه‌سازی پارامترهای مدل استفاده می‌شود. تحلیل مودال و الگوریتم رقابت استعماری از جمله روش‌های مؤثر و قدرتمند در تعیین پارامترهای مدل هستند.

## ۲-۱ مدل فیزیکی

در این مطالعه از یک مدل جرم، فنر و دمپر برای شبیه‌سازی رفتار ارتعاشی رشته‌ها استفاده می‌شود. مدل جرم و فنر روش محبوبی برای مدل‌سازی رفتار مکانیکی سازه‌هاست. شبیه‌سازی رفتار رشته براساس سامانه جرم، فنر و دمپر شامل شبکه‌ای از نقاط جرمی است که به‌وسیله مجموعه فنر و دمپر به هم متصل شده‌اند. هر نقطه



شکل ۱- (الف) مدل جرم، فنر و دمپر برای یک رشته، (ب) نمایش اجزای مدل به‌وسیله یک نقطه جرمی و دو فنر کششی بدون در نظر گرفتن میرایی.

مؤثری به‌وسیله محاسبات تحلیل مودال و بهینه‌سازی پارامترهای مدل برای تولید شبیه‌سازی واقع‌گرایانه از ارتعاش رشته‌های مونوفیلamenti است. در بخش اول این مطالعه، سامانه‌ای برای شبیه‌سازی ارتعاش عرضی رشته با استفاده از مدل جرم، فنر و دمپر مبتنی بر فیزیک مسئله ارائه شده است. سپس، با استفاده از روش‌های تحلیل مودال و مبتنی بر الگوریتم رقابتی استعماری، پارامترهای مدل تعیین شدند. برای جمع‌آوری داده‌های تجربی، ارتعاش تک‌رشته‌های ساده در تمام نقاط به‌وسیله دوربین سرعت‌زیاد ضبط شده و فن پردازش ویدیو برای ثبت سیگنال ارتعاشی اعمال شده است. سرانجام مونوفیلamenti‌ها در شرایط طراحی شده برای ارتعاش، شبیه‌سازی شده و با نتایج واقعی آن‌ها مقایسه شده‌اند تا پارامترهای مدل را تأیید کنند.

## ۲ تعریف مسئله

شبیه‌سازی یک رشته نتیجه ترکیب روش‌های مختلفی است که طی سال‌های گذشته به‌طرز چشمگیری تحول یافته‌اند. با این وجود، هنوز هم محدودیت‌هایی وجود دارد که یکی از آن‌ها در مسئله مدل‌سازی، تفاوت بین نتایج واقعی و شبیه‌سازی است. اکثر پژوهشگران به دنبال فنون جدیدی برای افزایش سرعت شبیه‌سازی

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + (c_2 + c_3) \frac{dx_2}{dt} - c_2 \frac{dx_1}{dt} + (k_2 + k_3)x_2 - k_2 x_1 = 0 \quad (ب-۱)$$

$$\vdots$$

$$m_N \frac{d^2 x_N}{dt^2} + (c_N + c_{N+1}) \frac{dx_N}{dt} - c_N \frac{dx_{N-1}}{dt} + (k_N + k_{N+1})x_N - k_N x_{N-1} = 0 \quad (ج-۱)$$

معادلات (۱) را می‌توان به شکل ماتریسی معادله (۲) نوشت:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (۲)$$

در ارتعاش آزاد برای تحریک موده‌های طبیعی سامانه، نیرویی وجود ندارد. بدین منظور، پاسخ معادلات حرکت را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت [۲۸]:

$$\{x\} = \{x\}e^{st} \quad (۳)$$

با جایگزینی این پاسخ در معادله حرکت (۲) معادله زیر حاصل می‌شود:

$$(s^2[M] + s[C] + [K])\{x\} = \{0\} \quad (۴)$$

معادله (۴) یک مسئله مقدار ویژه معمولی بوده و حل آن شامل  $2N$  مقدار ویژه و  $2N$  بردار ویژه متناظر با مقادیر ویژه (به صورت جفت‌های مزدوج مختلط) است. از این رو، می‌توان حل مسئله را به شرح زیر توصیف کرد:

$$s_r, s_r^* \quad \{\psi\}_r, \{\psi\}_r^*, \quad r = 1, N \quad (۵)$$

که در آن  $s_r$  و  $s_r^*$  مقادیر ویژه و  $\{\psi\}_r^*$  و  $\{\psi\}_r$  بردارهای ویژه هستند. هر یک از مقادیر ویژه  $s_r$  به صورت زیر بیان می‌شود:

$$s_r = \omega_r \left( -\zeta_r + i\sqrt{1 - \zeta_r^2} \right) \quad (۶)$$

که در آن،  $\omega_r$  بسامد طبیعی شکل مود  $r$ ام و  $\zeta_r$  نسبت میرایی برای آن مود است. این مسئله مقدار ویژه دارای خاصیت تعامد است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$2\omega_r \zeta_r = \frac{\{\psi\}_r^H [C] \{\psi\}_r}{\{\psi\}_r^H [M] \{\psi\}_r} = \frac{c_r}{m_r} \quad (۷)$$

$$\omega_r^2 = \frac{\{\psi\}_r^H [K] \{\psi\}_r}{\{\psi\}_r^H [M] \{\psi\}_r} = \frac{k_r}{m_r} \quad (۸)$$

که در آن  $\{\psi\}_r^H$  نشان‌دهنده ماتریس (هرمیتی) ترانواده است. در این

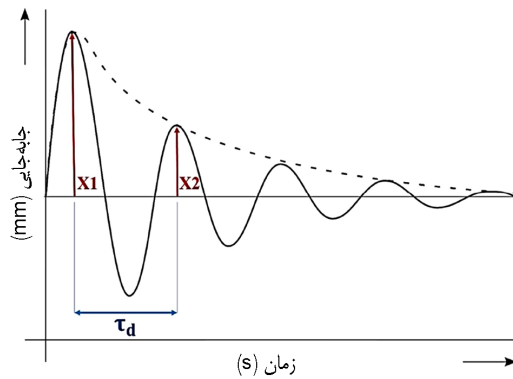
جرم دارای موقعیت، سرعت و شتاب است و به نیروهای داخلی و خارجی پاسخ می‌دهد. شکل ۱-الف، سامانه تشکیل یافته از  $N$  نقطه جرمی و  $N+1$  فنر کششی را به همراه دمپر ارائه می‌دهد که در آن هر یک از اجزای رشته به وسیله نقطه جرمی و دو فنر کششی در دو طرف آن، مدل شده است. شکل ساده آن بدون در نظر گرفتن میرایی در شکل ۱-ب نشان داده شده است.  $k$  سفتی فنر کششی،  $c$  ضریب میرایی دمپر و  $L_N$  طول کل رشته است.

## ۲-۲ تحلیل مودال ارتعاش رشته

تحلیل مودال، فرایند تعیین خواص ذاتی دینامیکی یک سامانه در قالب بسامدهای طبیعی، ضرایب میرایی، شکل مودها و به کارگیری آن‌ها به منظور ایجاد مدل ریاضی از رفتار دینامیکی سامانه است. کاربردهای تحلیل مودال به طور عمده در ارتباط با استفاده از مدل به دست آمده در طراحی، حل مسائل و تحلیل آن‌ها هستند. استخراج مدل در تحلیل مودال بر اساس مشخصات فیزیکی سامانه است. این مشخصات معمولاً شامل ماتریس‌های جرم، سختی و میرایی سامانه است. به عبارت دیگر در این روش، مدل از داده‌های فضایی به دست می‌آید. بسیاری از کاربردهای دینامیک سازه، به داشتن مدل ریاضی دقیق از دینامیک سامانه بستگی دارند. چنین مدلی را می‌توان با روش اجزای محدود ایجاد کرد. مدل اجزای محدود حاصل که بر حسب ماتریس‌های جرم و سختی است، برای استفاده‌هایی مانند تحلیل حساسیت و پیش‌بینی رفتار دینامیکی در اثر ایجاد تغییرات، نقش اساسی دارد. از کاربردهای مهم تحلیل مودال، پیش‌بینی پاسخ ارتعاشی سازه ناشی از یک نیروی مشخص است. با استفاده از مدل مودال می‌توان پاسخ سازه به یک نیروی از پیش تعریف شده را به دست آورد. تحلیل مودال می‌تواند به عنوان آزمون غیرمخرب و کارا برای تعیین سریع نقص‌ها و تغییرات فیزیکی در سازه استفاده شود.

در مدل جرم، فنر و دمپر، موقعیت هر ذره به نیروهای داخلی و خارجی اعمال شده بستگی دارد و موقعیت همه ذرات نمایانگر ساختار رشته است. موقعیت هر ذره طبق قانون دوم نیوتن مطابق با معادله  $F=ma$  تعیین می‌شود. به طوری که  $m$  جرم ذره،  $a$  شتاب ذره و  $F$  مجموع نیروهای داخلی و خارجی است که روی ذره اعمال می‌شود. نیروهای داخلی در هر نقطه جرمی، نتیجه کل نیروهای فنر و دمپرهایی هستند که این نقطه را با همسایگان خود پیوند می‌دهند. معادلات حرکت برای یک سامانه متشکل از  $N$  نقطه جرمی و  $N+1$  فنر کششی و دمپر به صورت زیر است:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + (c_1 + c_2) \frac{dx_1}{dt} - c_2 \frac{dx_2}{dt} + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = 0 \quad (الف-۱)$$



شکل ۳- میزان میرایی نوسانات با اندازه‌گیری کاهش لگاریتمی.

با جاگذاری مقدار دوره تناوب ( $\tau_d = 2\pi/\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$ ) عبارت کاهش لگاریتمی می‌شود:

$$\delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (12)$$

کاهش لگاریتمی نیز با معادله (۱۳) داده شده است، جایی که  $x_n$  دامنه دوره  $n$  را نشان می‌دهد [۲۹]:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{x_0}{x_n} \quad (13)$$

#### ۲-۴ روش بهینه‌سازی پارامترهای مدل

در مدل جرم، فنر و دمپر، تعیین پارامترها (ضریب سفتی فنر و میرایی) هنوز یک چالش به حساب می‌آید. بنابراین هدف این بخش، یافتن بهترین مقدار برای پارامترهای مدل با به حداقل رساندن مقدار خطا بین نتایج واقعی و شبیه‌سازی شده است. پارامترهای انتخاب شده مدل برای بهینه‌سازی شامل سفتی فنر و ضریب میرایی است. با تنظیم سفتی فنرها میان ذرات، می‌توان ویژگی‌های مدل شبیه‌سازی را کنترل کرد. به منظور کاهش محاسبات الگوریتم، از مدل ساده‌ای استفاده شده است. تمام فنرهای کششی مقدار سفتی برابری دارند. نقش میرایی در مدل‌سازی اتلاف انرژی مکانیکی مدل است. طول طبیعی فنر نیز تعداد نقاط جرم موجود در مدل یا تعداد اجزا را تعیین می‌کند که در این پژوهش از تعداد اجزای ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۵ استفاده شده است.

#### ۲-۵ الگوریتم رقابت استعماری

الگوریتم رقابت استعماری روش نوین بهینه‌سازی تکاملی بوده که از رقابت امپریالیستی الهام گرفته است [۳۰]. این الگوریتم با جمعیت اولیه تصادفی شروع می‌شود که هر یک از آن‌ها کشور

عبارت  $m_r$ ،  $k_r$  و  $c_r$  به ترتیب به عنوان جرم، سفتی و میرایی موдал توصیف می‌شوند [۲۸].

#### ۲-۳ روش تعیین خطای مدل

خطای مدل، تفاوت بین موقعیت‌های ذرات در مدل و موقعیت‌های واقعی ذرات است. در این مطالعه موقعیت نقطه جرمی در رشته‌های واقعی و شبیه‌سازی شده در وسط آن‌ها با یکدیگر مقایسه می‌شوند. بدین منظور، همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، مجموعه داده‌هایی که پیک‌های نمودار ارتعاش واقعی یا نمودار ارتعاش شبیه‌سازی شده را مشخص می‌کنند، انتخاب و مقدار کاهش لگاریتمی این داده‌ها محاسبه می‌شود. اختلاف بین مقادیر کاهش لگاریتمی برای رشته واقعی و شبیه‌سازی شده به عنوان خطای مدل در نظر گرفته می‌شود. کاهش لگاریتمی می‌تواند با دقت زیاد رفتار میراشده ارتعاشی را نشان دهد. یک ارتعاش میرا را در نظر بگیرید که با معادله (۹) بیان شده و در شکل ۳ نشان داده شده است:

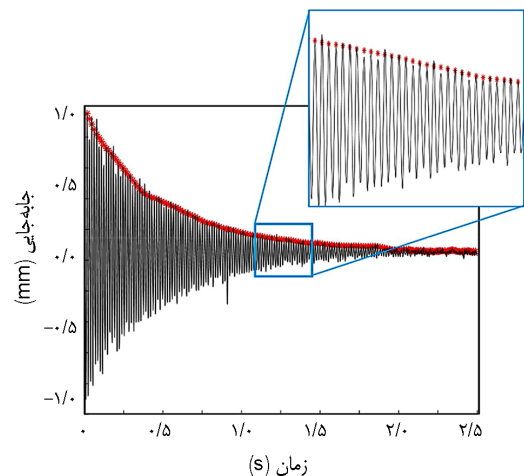
$$x = X e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t + \phi) \quad (9)$$

کاهش لگاریتمی به صورت لگاریتم طبیعی نسبت هر دو دامنه پی‌درپی تعریف می‌شود:

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2} = \ln \frac{e^{-\zeta\omega_n t_1} \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t_1 + \phi)}{e^{-\zeta\omega_n (t_1 + \tau_d)} \sin(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n (t_1 + \tau_d) + \phi)} \quad (10)$$

با افزایش زمان با دوره تناوب ( $\tau_d$ ) مقادیر سینوس برابر شده و خواهیم داشت:

$$\delta = \ln \frac{e^{-\zeta\omega_n t_1}}{e^{-\zeta\omega_n (t_1 + \tau_d)}} = \zeta\omega_n \tau_d \quad (11)$$



شکل ۲- تعیین مجموعه داده‌های پیک نمودار ارتعاشی.

جدول ۱- پارامترهای الگوریتم رقابت استعماری.

مقدار	نام پارامتر
۳۰	تعداد دهه‌ها (تکرارهای الگوریتم)
۱۵	تعداد امپراتوری‌ها
۱۰	تعداد کشورها
۱/۵	ضریب همسان‌سازی
۰/۱	نرخ انقلاب

دستگاه ذوب‌ریسی آزمایشگاهی Dynisco موجود در آزمایشگاه دانشگاه یزد در شرایطی تولید شدند که سرعت اکسترودر حدود ۴۰ rpm و فاصله رشته‌ساز تا غلتک جمع‌کننده ۲۲ cm بود. تنها عامل متغیر در تولید مونوفیلانمنت‌ها سرعت غلتک جمع‌کننده است که سعی شد، تفاوت بین این سرعت‌ها به گونه‌ای انتخاب شود تا چهار مونوفیلانمنت با اندازه قطر متفاوت تولید شوند. مشخصات رشته‌ها در جدول ۲ ارائه شده است.

### ۳-۲ روش اندازه‌گیری ارتعاش

در این پژوهش از مجموعه‌ای از اجزای آزمایشگاهی برای اندازه‌گیری ارتعاش یک رشته استفاده شد. این تجهیزات مجهز به دوربین سرعت‌زیاد Sony RX10 II است. این دوربین دارای حسگر Exmor<sup>®</sup> RS CMOS (۱۳/۲ mm×۸/۸ mm) 1.0-type بوده و سرعت فریم آن تا ۹۶۰ fps است.

برای انجام آزمایش در شرایط استاندارد آزمایشگاهی، دمای ۲۲ °C و رطوبت نسبی ۶۰٪، رشته‌ای به طول مشخص انتخاب و یک سر رشته در نگه‌دارنده بالایی قرار داده می‌شود. سر دیگر رشته به وزنه‌ای متصل و رها می‌شود تا کشش اولیه در رشته ایجاد شود. سپس، نگه‌دارنده پایینی روی رشته قرار داده می‌شود تا این کشش اولیه را برای آن حفظ کند. رشته‌های مورد بررسی به طول ۳۰ cm، چگالی خطی ثابت و تحت کشش محوری با دو انتهای ثابت در نظر گرفته شدند. تحریک اولیه رشته با یک

نامیده می‌شوند. برخی از بهترین جمعیت کشورها به‌عنوان امپراتوری‌ها انتخاب و بقیه مستعمرات در نظر گرفته می‌شوند. امپراتوری‌ها بسته به قدرت آن‌ها می‌توانند بر مستعمرات مسلط شوند. قدرت هر امپراتوری به دو بخش امپریالیستی به‌عنوان هسته اصلی و مستعمرات بستگی دارد. در مدل ریاضی، افزون بر چند درصد از قدرت مستعمرات، با قدرت امپریالیستی نیز مدل شده است. با شکل‌گیری امپراتوری‌های اولیه، رقابت امپریالیستی آغاز می‌شود. هر یک از امپریالیست‌ها اگر نتوانند قدرت خود را توسعه دهند (حداقل از کاهش قدرت خود جلوگیری کنند) حذف می‌شوند. از این رو، بقای هر امپراتوری وابسته به جذب مستعمرات سایر امپراتوری‌هاست. بر این اساس، در رقابت امپریالیستی، امپراتوری‌های قوی‌تر به تدریج قدرت خود را توسعه می‌دهند و امپراتوری‌های ضعیف‌تر از بین می‌روند. امپراتوری‌ها برای بهبود قدرت خود باید مستعمرات خود را توسعه دهند. با گذشت زمان، قدرت مستعمرات به قدرت امپریالیست نزدیک‌تر و هم‌گرایی دیده می‌شود. وقتی فقط یک امپراتوری وجود داشته باشد، الگوریتم خاتمه می‌یابد. در این شرایط، قدرت مستعمرات امپراتوری بسیار نزدیک به قدرت امپراتوری است. جدول ۱ پارامترهای الگوریتم رقابت استعماری را برای شروع مراحل بهینه‌سازی نشان می‌دهد. الگوریتم رقابت استعماری قابلیت بهینه‌سازی هم‌تراز و حتی بیشتر در مقایسه با الگوریتم‌های مختلف بهینه‌سازی، در مواجهه با انواع مسائل بهینه‌سازی را دارد و در یافتن جواب بهینه از سرعت مناسبی برخوردار است.

## ۳ تجربی

### ۱-۳ مواد

در این پژوهش، از چهار رشته مونوفیلانمنت از جنس پلی‌پروپیلن استفاده شده است. رشته‌های مونوفیلانمنت پلی‌پروپیلن به‌وسیله

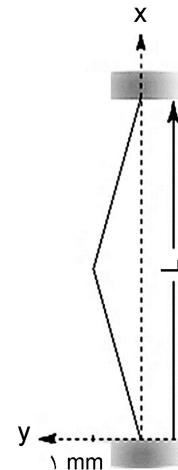
جدول ۲- مشخصات رشته‌ها.

کد نمونه	جنس نمونه	قطر (mm)	چگالی خطی (g/m)
P-120	پلی‌پروپیلن	۰/۱۲۰ (۳/۵۰٪) <sup>۱</sup>	۰/۱۰۱ (۹/۹۰٪)
P-170	پلی‌پروپیلن	۰/۱۷۰ (۴/۳۵٪)	۰/۲۲۴ (۷/۰۹٪)
P-220	پلی‌پروپیلن	۰/۲۲۰ (۸/۲۵٪)	۰/۳۲۱ (۱۱/۰۵٪)
P-290	پلی‌پروپیلن	۰/۲۹۰ (۴/۹۱٪)	۰/۶۸۳ (۵/۲۳٪)

<sup>۱</sup>مقادیر آمده در پرانتز، ضریب تغییرات را نشان می‌دهند.



کمترین اختلاف با بقیه نمودارها، به عنوان ویدیوی گزینشی انتخاب می‌شود. از سوی دیگر، برای انتخاب بهترین نقطه از رشته، میانگین ضریب تغییرات بین نوارهای پیکسلی طی هر ۵ ویدیو، محاسبه شده و نوار پیکسلی با کمترین میانگین ضریب تغییرات انتخاب می‌شود. مقدار جابه‌جایی رشته از اختلاف پیکسل‌های تصویر محاسبه شده و به جابه‌جایی بر حسب میلی‌متر و تعداد فریم‌های ویدیو به زمان بر حسب ثانیه تبدیل می‌شود. در نهایت، نمودار ارتعاش رشته مونوفیلامنت‌ها بر حسب جابه‌جایی-زمان برای هر نمونه رسم می‌شود.



شکل ۴- نمایی از یک رشته تحت کشش که از وسط به اندازه ۱ mm منحرف شده است.

### ۳-۳ بهینه‌سازی پارامترهای مدل با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری

در این بخش، بهینه‌سازی پارامترهای مدل براساس روش الگوریتم رقابت استعماری ارائه شده است. این مدل شامل ۳ پارامتر سفتی فنر، ضریب دمپر و تعداد اجزاست. پارامترهای مدل و حدود آن‌ها با توجه به محاسبات انجام گرفته در بحث تحلیل مودال، در جدول ۳ نشان داده شده است.

### ۴-۳ تعیین عملکرد هدف الگوریتم رقابت استعماری

تابع هدف، دقت پارامترهای مدل را ارزیابی می‌کند. در این راستا، ابتدا رشته‌ها با توجه به پارامترهای مدل کاملاً شبیه‌سازی می‌شوند. سپس، مجموعه داده‌هایی که پیک‌های نمودار ارتعاشی را در تصاویر واقعی و شبیه‌سازی مشخص می‌کنند، انتخاب و بهترین مقدار کاهش لگاریتمی این داده‌ها محاسبه می‌شود. در الگوریتم رقابت استعماری، لازم است تا تفاوت میان مقدار کاهش لگاریتمی برای رشته‌های واقعی و شبیه‌سازی شده به حداقل برسد. اگر این اختلاف بسیار کم باشد، تصویر شبیه‌سازی شده به تصویر واقعی نزدیک‌تر می‌شود. از این رو، تابع هزینه کلی را می‌توان با معادله (۱۴) تعریف کرد. مقدار معادله برابر با خطای شبیه‌سازی است:

$$\text{objective function} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (P_{ei} - P_{si})^2}{5}} \times 100 \quad (14)$$

در این معادله،  $P_{ei}$  مقادیر کاهش لگاریتمی مربوط به تصاویر واقعی

جدول ۳- پارامترهای مدل و حدود آن‌ها.

پارامترها	کمترین مقدار	بیشترین مقدار
تعداد اجزا	۵	۲۵
سفتی فنر (N/m)	۱	۲۵
ضریب میرایی $\times 10^{-5}$ (N.s/m)	۱	۵۰

جابه‌جایی در وسط آن انجام می‌گیرد. در واقع نوعی برانگیختگی اولیه با قرارگیری رشته در پشت سوزن و رهایی آن در لحظه صفر اتفاق می‌افتد. مطابق شکل ۴ شرایط اولیه رشته به گونه‌ای است که رشته در لحظه صفر در وسط طول آن به اندازه ۱ mm منحرف و سپس رها می‌شود تا شروع به ارتعاش کند. دوربین بلافاصله پس از تحریک رشته آغاز به ثبت می‌کند. این سیگنال به عنوان یک ویدیو ثبت شده و پردازش می‌شود [۱۶].

برای استخراج اطلاعات ارتعاش رشته از روش الگوریتم پردازش ویدیو [۱۶] استفاده شده است. در این الگوریتم، ابتدا هر فریم ویدیو به عنوان یک تصویر رنگی ذخیره می‌شود. برای ردیابی رشته در ارتعاش، یک نقطه از رشته باید در فریم‌های پی‌درپی انتخاب و ردیابی شود. الگوریتم به جای انتخاب نقطه، نوار پیکسلی را انتخاب کرده و پس از تبدیل به تصویر خاکستری، نوفه‌های (noises) آن را برطرف می‌کند. سپس با استفاده از الگوریتم کی‌مینز، تصویر را آستانه‌گذاری می‌کند و در نهایت به تصویر سیاه و سفید تبدیل می‌شود. در بسیاری از مطالعات، الگوریتم کی‌مینز به عنوان روش مناسبی برای استخراج جسم از پس‌زمینه تصاویر ارائه شده است [۳۱، ۳۲]. مرکز شیئی سفید به عنوان مرکز رشته و در واقع به عنوان نقطه گزینشی از رشته انتخاب شده و طی تمام فریم‌های ویدیو ردیابی می‌شود. این عملیات را می‌توان برای نوار پیکسل بعدی و در واقع برای تمام نقاط گزینشی از رشته انجام داد و هر نقطه از رشته را ردیابی کرد. لازم به ذکر است، از هر نمونه ۵ مرتبه ویدیو گرفته شد. به منظور انتخاب بهترین از میان ۵ ویدیو تهیه شده از هر نمونه، اختلاف داده‌های حاصل از هر نوار پیکسلی در هر ویدیو با یکدیگر به دست می‌آید. ویدیوی مربوط به نمودار دارای

ارتعاش رشته و  $P_{si}$  مقادیر کاهش لگاریتمی مربوط به تصاویر شبیه‌سازی شده ارتعاش رشته است.

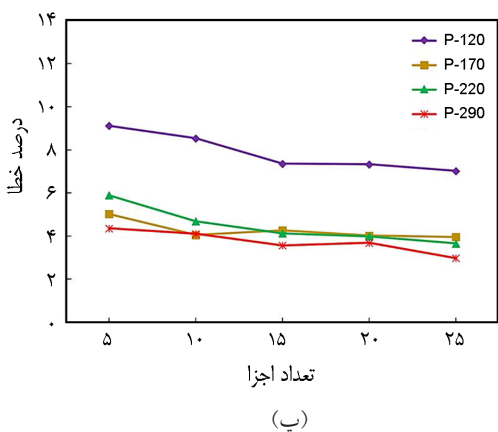
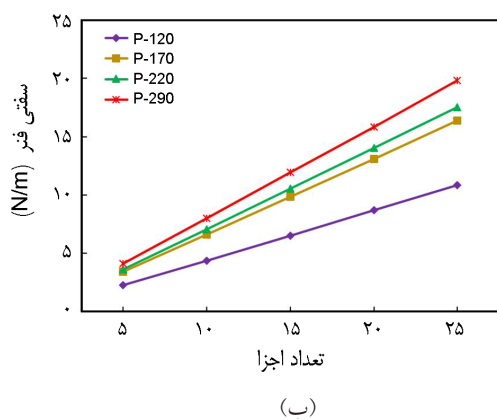
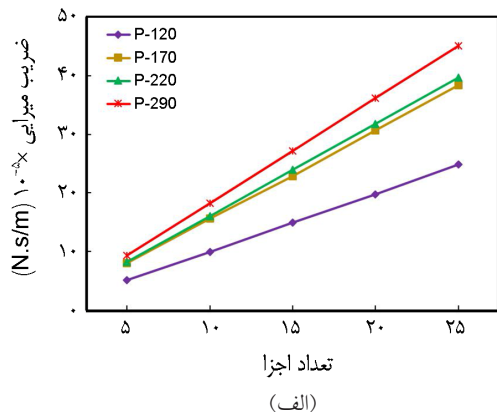
## ۴ نتایج و بحث

در این بخش، نتایج به دست آمده از روش مدل‌سازی جرم، فنر و دمپر برای رشته دوسرگیردار و تحریک شده از وسط، بحث شده است. با استفاده از روش جرم، فنر و دمپر، رشته به تعداد محدودی از نقاط جرمی، فنر و دمپر گسسته شد. برای به دست آوردن بسامد رشته در این آزمایش براساس داده‌های تجربی به دست آمده از روش پردازش ویدیو، می‌توان از روش تبدیل فوریه [۳۳] استفاده کرد و بسامد غالب با بیشترین دامنه را به دست آورد. داده‌های حاصل از پردازش ویدیوی رشته در حال ارتعاش به شکل داده‌های گسسته در زمان هستند و تبدیل فوریه می‌تواند یکی از بهترین تبدیلات برای به دست آوردن محتوای بسامدی این سیگنال‌ها باشد. با توجه به شکل ۴ و تحریک رشته از وسط آن می‌توان ادعا کرد که در این حالت مود اول رشته تحریک شده است. بنابراین، بسامدهای به دست آمده از روش تبدیل فوریه همان بسامدهای طبیعی رشته مونوفیلانمنت مرتعش در مود اول هستند. برای به دست آوردن ضریب میرایی کل سامانه نیز از روش کاهش لگاریتمی (معادله (۱۲)) استفاده شد. مقادیر بسامد طبیعی و میرایی کل سامانه در جدول ۴ ارائه شده است.

در بخش تحلیل مودال در انجام محاسبات مربوط به ماتریس میرایی در معادله (۷) و ماتریس سفتی فنرها در معادله (۸) مقادیر بسامد به دست آمده از روش تبدیل فوریه به عنوان بسامد اول در نظر گرفته شد. فرایند تحلیل مودال به طور مشابه برای همه رشته‌ها با در نظر گرفتن تعداد اجزای ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۵ و با استفاده از کدنویسی در برنامه متلب براساس روال شرح داده شده در بخش ۲ انجام شد. بدین صورت، مقادیر سفتی فنرها و میرایی آن‌ها به دست آمد. نتایج حاصل از تحلیل مودال رشته در جدول ۵ و روند تغییرات آن‌ها با

جدول ۴- مقادیر بسامد طبیعی و ضریب میرایی.

کد نمونه	بسامد طبیعی، $\omega_p$ (rad/s)	ضریب میرایی، $\beta$
P-120	۸۳۹/۴۳۳	۰/۰۰۹۶
P-170	۶۹۳/۰۳۵	۰/۰۰۸۲
P-220	۵۹۸/۷۸۷	۰/۰۰۶۸
P-290	۴۳۶/۴۳۰	۰/۰۰۵۰



شکل ۵- نمودار تغییرات: (الف) سفتی فنر، (ب) ضریب میرایی و (پ) درصد خطا در اثر افزایش تعداد اجزای مدل در روش تحلیل مودال.

توجه به افزایش تعداد اجزا در شکل ۵ ارائه شده است. در نهایت با حل معادله حرکت رشته میرا، سرعت و موقعیت هر یک از نقاط جرمی در بازه زمانی محاسبه شد. میزان خطای محاسبه شده، تفاوت بین داده‌های جابه‌جایی به دست آمده از روش تحلیل مودال و مقادیر جابه‌جایی تجربی است.

در بخش بهینه‌سازی پارامترهای مدل از الگوریتم رقابت استعماری استفاده شده و محدوده تغییرات با توجه به حداکثر

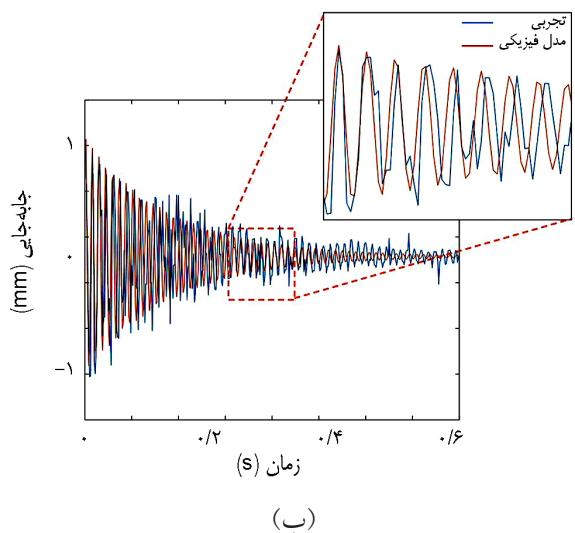
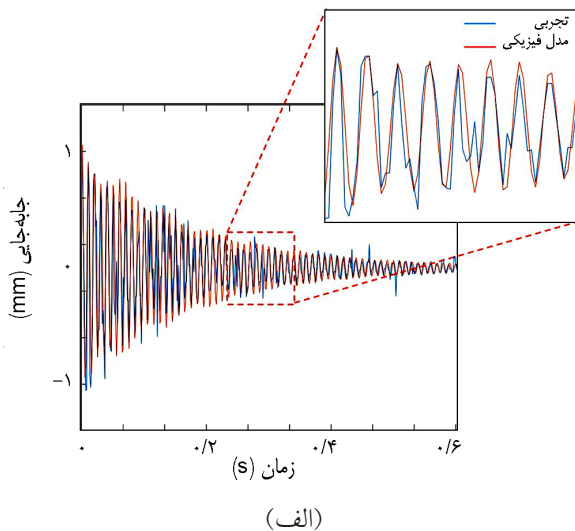
جدول ۵- پارامترهای مدل به دست آمده از روش های تحلیل مودال و الگوریتم رقابت استعماری و مقادیر خطای مدل.

کد نمونه	روش	پارامترهای مدل	تعداد اجزا				
			۲۵	۲۰	۱۵	۱۰	۵
P-120	تحلیل مودال	سفتی فنر (N/m)	۱۰/۸۲۹	۸/۶۷۱	۶/۵۱۳	۴/۳۶۲	۲/۲۳۵
		ضریب میرایی $10^{-3}$ (N.s/m)	۲۴/۸۶۱	۱۹/۷۸۰	۱۴/۸۹۱	۹/۹۷۰	۵/۱۱۴
		درصد خطا	۷/۰۲	۷/۳۳	۷/۳۶	۸/۵۴	۹/۱۲
	رقابت استعماری	سفتی فنر (N/m)	۱۱/۶۹۰	۸/۲۸۱	۶/۰۱۴	۴/۳۹۵	۲/۱۹۸
		ضریب میرایی $10^{-3}$ (N.s/m)	۲۶/۳۶۱	۲۰/۰۳۳	۱۵/۰۰۱	۱۰/۲۱۰	۵/۱۰۲
		درصد خطا	۷/۳۶	۷/۹۲	۸/۲۰	۸/۶۹	۱۲/۳۶
P-170	تحلیل مودال	سفتی فنر (N/m)	۱۶/۳۷۲	۱۳/۱۰۸	۹/۸۴۷	۶/۵۹۰	۳/۳۸۱
		ضریب میرایی $10^{-3}$ (N.s/m)	۳۸/۳۴۱	۳۰/۶۴۱	۲۲/۸۹۰	۱۵/۶۰۰	۷/۹۹۱
		درصد خطا	۳/۹۶	۴/۰۲	۴/۲۶	۴/۰۶	۵/۰۲
	رقابت استعماری	سفتی فنر (N/m)	۱۵/۹۶۰	۱۲/۷۰۱	۹/۷۸۲	۶/۸۴۲	۳/۴۸۱
		ضریب میرایی $10^{-3}$ (N.s/m)	۳۹/۳۶۹	۳۱/۰۶۳	۲۳/۰۲۱	۱۵/۴۱۰	۷/۵۸۹
		درصد خطا	۴/۹۳	۵/۰۲	۵/۵۵	۶/۲۱	۶/۳۹
P-220	تحلیل مودال	سفتی فنر (N/m)	۱۷/۵۱۵	۱۴/۰۲۲	۱۰/۵۳۴	۷/۰۵۴	۳/۶۱۵
		ضریب میرایی $10^{-3}$ (N.s/m)	۳۹/۶۷۸	۳۱/۷۹۶	۲۳/۹۲۰	۱۶/۰۲۳	۸/۲۱۲
		درصد خطا	۳/۶۶	۳/۹۸	۴/۱۲	۴/۶۹	۵/۸۹
	رقابت استعماری	سفتی فنر (N/m)	۱۸/۱۲۵	۱۴/۱۲۳	۹/۸۷۹	۷/۱۸۱	۳/۵۶۳
		ضریب میرایی $10^{-3}$ (N.s/m)	۴۱/۳۶۹	۳۲/۶۲۸	۲۴/۵۲۳	۱۵/۹۸۱	۷/۷۸۲
		درصد خطا	۴/۰۲	۴/۴۱	۴/۹۸	۵/۶۵	۵/۹۸
P-290	تحلیل مودال	سفتی فنر (N/m)	۱۹/۸۰۱	۱۵/۸۴۹	۱۱/۹۰۷	۷/۹۷۴	۴/۰۸۷
		ضریب میرایی $10^{-3}$ (N.s/m)	۴۵/۰۳۹	۳۶/۱۲۷	۲۷/۱۸۱	۱۸/۲۷۳	۹/۳۶۳
		درصد خطا	۲/۹۸	۳/۶۹	۳/۵۶	۴/۱۱	۴/۳۶
	رقابت استعماری	سفتی فنر (N/m)	۲۰/۰۳۱	۱۵/۷۸۲	۱۱/۹۶۱	۸/۱۱۲	۴/۳۲۱
		ضریب میرایی $10^{-3}$ (N.s/m)	۴۶/۳۴۱	۳۵/۹۸۵	۲۷/۰۱۱	۱۸/۳۶۱	۱۰/۰۳۲
		درصد خطا	۳/۲۸	۴/۵۶	۴/۶۹	۵/۲۵	۶/۳۹

۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۵ و با استفاده از کدنویسی در برنامه متلب انجام شد. بدین ترتیب، بهترین مقادیر برای سفتی فنرها و میرایی آنها به دست آمد. نتایج پارامترهای بهینه شده و مقادیر خطای مدل پس از ۱۰ اجرا برای ۴ نمونه رشته مونوفیلامنتی در جدول ۵ و نمودار روند تغییرات با توجه به افزایش تعداد اجزا در شکل ۶ ارائه شده است.

همانطور که نتایج جدول ۵ نشان می دهد، مدل ارائه شده قابلیت پیش بینی رفتار ارتعاشی رشته مونوفیلامنت ها را با مقدار خطای حداکثر ۱۲/۳٪ دارد. این حداکثر مقدار خطا مربوط به نمونه ای با کمترین چگالی خطی است. همانطور که در نمودارهای جابه جایی

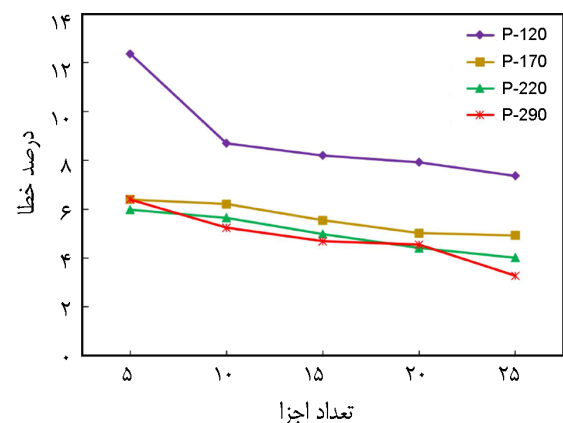
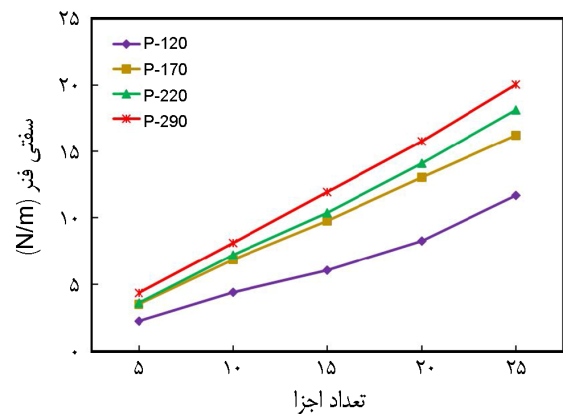
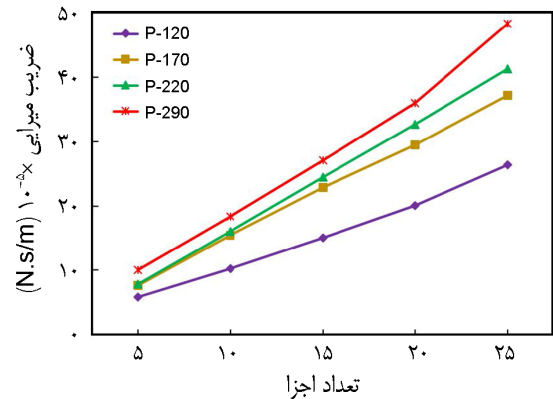
تغییراتی در نظر گرفته شد که ممکن است در اثر خطا برای این پارامترها در اندازه گیری رخ دهد. این الگوریتم، با مقایسه نتایج نظری حاصل از مدل و نتایج تجربی، سعی در انتخاب بهترین مقدار برای سفتی فنرها و میرایی آنها با هدف به حداقل رساندن خطای مدل دارد. در الگوریتم های بهینه سازی باید به اندازه کافی تکرار وجود داشته باشد تا بتوان در اجرای مکرر الگوریتم به جوابی یکسان یا راه حل های نزدیک به هم دست یافت. از این رو، الگوریتم چند بار برای هر نمونه اجرا شد تا بهترین نتایج انتخاب شوند. فرایند بهینه سازی پارامترهای سفتی فنرها و ضریب میرایی آنها به طور مشابه برای همه رشته ها با در نظر گرفتن تعداد اجزای



شکل ۷- تطبیق نتایج حاصل از نمودار ارتعاش تجربی (آبی) و نمودار حاصل از مدل جرم، فنر و دمپر (قرمز) نمونه P-120: (الف) در روش تحلیل مودال، (ب) در روش الگوریتم رقابت استعماری.

افزایش تعداد اجزای مدل نتایج به واقعیت نزدیک‌تر شده است. در هر نمونه مونوفیلانمنت، هرچه تعداد اجزای مدل افزایش یابد، پی آن طول طبیعی فنر نیز کاهش و سفتی فنر و میرایی مربوط به آن افزایش پیدا می‌کند. با افزایش وزن خطی نمونه، هرچه نمونه ضخیم‌تر شود، سفتی فنر و میرایی مربوط به آن افزایش می‌یابد و این موضوع برای هر گروه از تعداد اجزا نیز صادق است.

هر دو روش تحلیل مودال و الگوریتم رقابت استعماری، جزء بهترین روش‌های تحلیل یک مدل و بهینه‌سازی خواص فیزیکی آن در مقایسه با نتایج تجربی هستند. نتایج به‌دست‌آمده در مرحله تحلیل مودال و روش الگوریتم رقابت استعماری، در واقع تطبیق نتایج تجربی ارتعاش یک رشته با نتایج حاصل از یک مدل جرم و



شکل ۶- نمودار تغییرات سفتی فنر، ضریب میرایی و درصد خطا در اثر افزایش تعداد اجزای مدل در روش الگوریتم رقابت استعماری.

شکل ۷ مشاهده می‌شود، نتایج تجربی حاصل از پردازش ویدیوی این نمونه خطای زیادی دارد. بخشی از این درصد زیاد خطای محاسبه‌شده به‌خاطر نوفه‌های موجود در پردازش ویدیو است. در صورتی که در سایر نمونه‌ها به‌خوبی مشاهده می‌شود، خطای مدل در هر دو روش تحلیل مودال و الگوریتم رقابت استعماری کاهش چشمگیری داشته است. در هر دو روش برای هر نمونه، هر چه تعداد اجزا افزایش پیدا کند، مقدار خطا در تطبیق نتایج تجربی و نتایج حاصل از مدل کمتر می‌شود. این موضوع نشان می‌دهد، با

جرم، فنر و دمپر شبیه‌سازی شد. با ثبت ویدیویی جابه‌جایی رشته تحریک‌شده از وسط و پردازش آن با الگوریتم‌های پردازش تصویر، نمودارهای جابه‌جایی رشته در واحد زمان به‌دست آمد. به‌منظور تعیین پارامترهای مدل، از جمله ضریب سفتی فنر و میرایی، از دو روش تحلیل مودال و روش الگوریتم رقابت استعماری استفاده شد. پس از تعیین پارامترهای مدل، رفتار ارتعاشی نمونه رشته‌های شبیه‌سازی‌شده با استفاده از مدل فیزیکی با رفتار ارتعاشی واقعی رشته مقایسه شد. برای هر نمونه، هرچه تعداد اجزا افزایش پیدا کرد، مقدار خطا در تطبیق نتایج تجربی و حاصل از مدل کمتر شد. در هر نمونه مونوفیلامنت، با افزایش تعداد اجزای مدل و در نتیجه کاهش طول طبیعی فنر، سفتی فنر و میرایی مربوط به آن افزایش پیدا کرد. با افزایش وزن خطی نمونه، هرچه نمونه ضخیم‌تر شد، سفتی فنر و میرایی مربوط به آن افزایش یافت و این موضوع برای هر گروه از تعداد اجزا نیز صادق بود. نمودارهای حاصل از مدل نظری و نتایج تجربی نیز نشان داد، نتایج حاصل از این مدل به‌خوبی با نتایج تجربی حاصل از پردازش ویدیو مطابقت دارد و این مدل می‌تواند نتایج تجربی را تصدیق کرده و به‌خوبی رفتار یک مونوفیلامنت نساجی را در ارتعاش عرضی پیش‌بینی کند.

فنر برای رشته دوسرگیردار با میرایی گراندرو است. تحلیل نتایج هر دو روش نشان می‌دهد، نتایج حاصل از مدل به‌خوبی با نتایج تجربی مطابقت داشته است. با توجه به مقادیر خطای حاصل از تطبیق نتایج تجربی و حاصل از مدل می‌توان اظهار داشت، نتایج حاصل از تحلیل مودال دقیق‌تر است. پس از به‌دست‌آوردن مقدار سفتی فنر و میرایی برای نمونه‌های مونوفیلامنت‌ها، نمودارهای نظری حاصل از مدل جرم، فنر و دمپر رشته و نمودار تجربی حاصل از پردازش ویدیو برای هر دو روش تحلیل مودال و الگوریتم رقابت استعماری روی یکدیگر رسم شدند. شکل ۷ نمودارهای حاصل از مدل نظری و نتایج تجربی را به‌طور هم‌زمان برای نمونه‌های مونوفیلامنت پلی‌پروپیلن نشان می‌دهد. همان‌طور که این شکل نشان می‌دهد، نتایج حاصل از این مدل به‌خوبی با نتایج تجربی مطابقت دارد و این مدل فیزیکی می‌تواند نتایج تجربی را تصدیق کرده و به‌خوبی رفتار یک مونوفیلامنت نساجی را در ارتعاش عرضی پیش‌بینی کند.

## ۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله، رفتار ارتعاشی رشته مونوفیلامنت با استفاده از مدل

## مراجع

- [1] R.A. Sack, "Transverse oscillations in travelling strings", *Br. J. Appl. Phys.*, vol. 5, pp. 224-226, 1954.
- [2] F. Archibald, "The vibration of a string having a uniform motion along its length", *J. Appl. Mech.*, vol. 25, pp. 347-348, 1958.
- [3] S. Mahalingam, "Transverse vibrations of power transmission chains", *Br. J. Appl. Phys.*, vol. 8, no. 4, pp. 145, 1957.
- [4] V.A. Bapat and P. Srinivasan, "Nonlinear transverse oscillations in traveling strings by the method of harmonic balance", *J. Appl. Mech.*, vol. 34, no. 3, pp. 775-777, 1967.
- [5] C.D. Mote Jr., "On the nonlinear oscillation of an axially moving string", *J. Appl. Mech.*, vol. 33, no. 2, pp. 463-464, 1966.
- [6] T. Chubachi, "Lateral vibration of axially moving wire or belt form materials", *Bull. JSME*, vol. 1, no. 1, pp. 24-29, 1958.
- [7] M. Pakdemi and H. Boyaci, "Effect of non-ideal boundary conditions on the vibrations of continuous systems", *J. Sound Vib.*, vol. 249, no. 4, pp. 815-823, 2002.
- [8] R.F. Fung, P.H. Wang, and M.J. Lee, "Nonlinear vibration analysis of a traveling string with time-dependent length by finite element method", *J. Chinese Inst. Eng.*, vol. 21, pp. 109-117, 1998.
- [9] H. Koivurova, "The numerical study of the nonlinear dynamics of a light, axially moving string", *J. Sound Vib.*, vol. 320, no. 1-2, pp. 373-385, 2009.
- [10] Y. Vetyukov, "Non-material finite element modelling of large vibrations of axially moving strings and beams", *J. Sound Vib.*, vol. 414, pp. 299-317, 2018.
- [11] Y.W. Chunlin Xia and Q. Lu, "Transversal vibration analysis of an axially moving string with unilateral constraints using the HHT method", *Mech. Syst. Signal Proc.*, vol. 39, no. 1-2, pp. 471-488, 2013.
- [12] Y.T. Ying Li, "Analytical analysis on nonlinear parametric vibration of an axially moving string with fractional viscoelastic damping", *Math. Probl. Eng.*, vol. 2017, pp. 1-2, 2017.
- [13] L. Zhang, J.W. Zu, and Z. Zhong, "Transient response of viscoelastic moving belts using block-by-block method", *Int. J. Struct. Stab. Dyn.*, vol. 2, no. 2, pp. 265-280, 2002.

- [14] L.-Q. Chen, W.-J. Zhao, and J.W. Zu, "Transient responses of an axially accelerating viscoelastic string constituted by a fractional differentiation law", *J. Sound Vib.*, vol. 278, no. 4-5, pp. 861-871, 2004.
- [15] L.-Q. Chen and W.-J. Zhao, "A computation method for nonlinear vibration of axially accelerating viscoelastic strings", *Appl. Math. Comput.*, vol. 162, no. 1, pp. 305-310, 2005.
- [16] M. Emadi, P. Payvandy, M.A. Tavanaie, and M.M. Jalili, "Study on linear density effect on the vibration behavior of textile strings using video processing", *J. Text. Polym.*, vol. 8, no. 2, pp. 41-51, 2020.
- [17] M. Emadi, P. Payvandy, M.A. Tavanaie, and M.M. Jalili, "Video camera-based vibration measurement for the detection of the apparent properties of monofilaments", *J. Text. Inst.*, pp. 1-12, 2020. doi:10.1080/00405000.2020.180092
- [18] R.E. Rosenblum, W.E. Carlson, and E. Tripp, "Simulating the structure and dynamics of human hair: modelling, rendering and animation", *Comput. Animat. Virtual Worlds*, vol. 2, no. 4, pp. 141-148, 1991.
- [19] A. Selle, M. Lentine, and R. Fedkiw, "A mass spring model for hair simulation", *ACM Trans. Gr. (TOG)*, vol. 27, no. 3, pp. 64, 2008.
- [20] H. Iben, M. Meyer, L. Petrovic, O. Soares, J. Anderson, and A. Witkin, "Artistic simulation of curly hair", In *Proceedings of the 12th ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation*, pp. 63-71, 2013.
- [21] F. Wang, E. Burdet, A. Dhanik, T. Poston, and C.L. Teo, "Dynamic thread for real-time knot-tying", In: *Eurohaptics Conference, 2005 and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*, World Haptics 2005, pp. 507-508, 2005.
- [22] D.L.J. Jonathan, M. Kaldor, and S. Marschner, "Simulating knitted cloth at the yarn level", *ACM Trans. Gr.*, vol. 27, pp. 1-9, 2008.
- [23] J. Louchet, X. Provot, and D. Crochemore, "Evolutionary identification of cloth animation models", In: *Computer Animation and Simulation '95*, Springer, 1995, pp. 44-54.
- [24] G. Bianchi, M. Harders, and G. Székely, "Mesh topology identification for mass-spring models", In: *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, 2003, pp. 50-58.
- [25] G. Bianchi, B. Solenthaler, G. Székely, and M. Harders, "Simultaneous topology and stiffness identification for mass-spring models based on fem reference deformations", In: *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, pp. 293-301, 2004.
- [26] F. Han and G. Stylios, "3D modelling, simulation and visualisation techniques for drape textiles and garments", In: *Modelling and Predicting Textile Behaviour*, Elsevier, pp. 388-421, 2010.
- [27] D. Mongus, B. Repnik, M. Mernik, and B. Žalik, "A hybrid evolutionary algorithm for tuning a cloth-simulation model", *Appl. Soft Comput.*, vol. 12, no. 1, pp. 266-273, 2012.
- [28] D.J. Ewins, *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, John Wiley and Sons, 2009.
- [29] W.J. Bottega, *Engineering Vibrations*, CRC, 2014.
- [30] R.L. Norton, *Design of Machinery: An Introduction to the Synthesis and Analysis of Mechanisms and Machines*, Boston: McGraw-Hill Higher Education, 2004.
- [31] M. Emadi, M.A. Tavanaie, and P. Payvandy, "Measurement of the uniformity of thermally bonded points in polypropylene spunbonded non-wovens using image processing and its relationship with their tensile properties", *Autex Res. J.*, vol. 18, no. 4, pp. 405-418, 2018.
- [32] N. Dehghan, M.A. Tavanaie, and P. Payvandy, "Morphology study of nanofibers produced by extraction from polymer blend fibers using image processing", *Korean J. Chem. Eng.*, vol. 32, no. 9, pp. 1928-1937, 2015.
- [33] M. Bellanger, *Digital Processing of Signals*, Chichester, England: Wiley, 2000.